



ББК 22.1
М 21

Рецензенты: *К. Э. Каибханов*, к. ф.-м. н., доцент ЮФУ;
Е. А. Шатилова, учитель высшей категории

Авторы: *Д. А. Мальцев, А. А. Мальцев, Л. И. Мальцева*

М 21 Математика. Подготовка к ЕГЭ 2022. Профильный уровень /
Д.А. Мальцев, А.А. Мальцев, Л.И. Мальцева — Ростов н/Д: Изда-
тель Мальцев Д.А.; М.: Народное образование, 2022. — 208 с.

Данное пособие состоит из двух глав. Глава I содержит 40 тестов по новой Демоверсии 2022 года. Все тесты данного пособия попарно подобны — тест №2 подобен тесту №1, тест №4 подобен тесту №3 и т.д.

Одним из преимуществ данной книги является особенная «парность» заданий «части С», т.е. заданий с развёрнутым ответом. Большинство заданий «части С» данной книги таково, что «парная» задача развивает идею задачи из предыдущего теста. Поэтому для решения «парной» задачи недостаточно лишь поменять цифры в решении аналогичной задачи предшествующего теста, а придётся заново продумывать некоторые детали и нюансы. Решая задания «части С» из этой книги, школьник учится преодолевать психологический барьер — состояние «изменённой ситуации» при решении задачи, т.е. такой ситуации, с которой он сталкивается впервые.

В главе II приведён задачник, содержащий более 150 заданий с развёрнутым ответом.

Решения заданий с развёрнутым ответом всех тестов с нечётными номерами (т.е. тестов №1, №3 и т.д.), а также решения задач с нечётными номерами из Задачника приведены в **Решебнике** к данной книге, который выпускается одновременно с ней. Кроме того, в этом Решебнике даны указания к решениям задач №16 (планиметрия) и №18 (олимпиадная тематика) тестов с чётными номерами и задач с чётными номерами из Задачника.

Подписано в печать с оригинал-макета 31.08.2021.

Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага газетная. Гарнитура Times New Roman.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 11,7. Тираж 15000 экз. Заказ №
Отпечатано с оригинал-макета в типографии ООО «Кубаньпечать»

ISBN 978-5-87953-662-1

© ИП Мальцев Д.А., 2021

Содержание

От авторов	5
Глава I. Экзаменационно-тренировочные тесты	8
Тест №1	8
Тест №2	12
Тест №3	15
Тест №4	19
Тест №5	23
Тест №6	26
Тест №7	30
Тест №8	34
Тест №9	38
Тест №10	41
Тест №11	45
Тест №12	48
Тест №13	52
Тест №14	56
Тест №15	60
Тест №16	64
Тест №17	68
Тест №18	71
Тест №19	75
Тест №20	78
Тест №21	81
Тест №22	85
Тест №23	89
Тест №24	93

«Математика. Подготовка к ЕГЭ 2022. Профильный уровень»

Д.А. Мальцев, А.А. Мальцев, Л.И. Мальцева

© издатель Мальцев Д.А., www.afina-r.ru

Тест № 25	97
Тест № 26	101
Тест № 27	104
Тест № 28	108
Тест № 29	112
Тест № 30	116
Тест № 31	120
Тест № 32	124
Тест № 33	128
Тест № 34	132
Тест № 35	136
Тест № 36	140
Тест № 37	144
Тест № 38	148
Тест № 39	152
Тест № 40	156
Глава II. Задачник	160
Решение уравнений (задание №12)	160
Решение неравенств (задание №14)	163
Задачи с экономическим содержанием (задание №15) ..	164
Геометрические задачи (задание №16)	175
Уравнения и неравенства с параметром (задание №17) ..	180
Задачи олимпиадного типа (задание №18)	184
Ответы к тестам	192
Ответы к задачнику	204
Карта индивидуальных достижений обучающегося	207

От авторов

Данное пособие является одной из книг учебно-методического комплекта «Математика. Подготовка к ЕГЭ 2022», предназначенной для учащихся, сдающих Профильный ЕГЭ по математике. Пособие состоит из двух глав.

Глава I содержит 40 тестов. На взгляд авторов, для успешной сдачи любого экзамена полезно знакомство с «историей вопроса», то есть с теми задачами, которые предлагались на этом экзамене в предшествующие годы. Поэтому в тестах данной книги, условно названных «экзаменационно-тренировочными», авторы, проанализировав материал ЕГЭ по математике предшествующих лет, отобрали все основные идеи, заложенные в экзаменационные задания.

Все тесты данного пособия попарно подобны — тест №2 подобен тесту №1, тест №4 подобен тесту №3 и т.д.

В главе II приведён Задачник, содержащий более 150 заданий с развёрнутым ответом.

Одновременно с данной книгой выпускается её Решебник, в котором приведены решения заданий с развёрнутым ответом всех тестов с нечётными номерами, а также заданий с нечётными номерами из Задачника. Кроме того, в Решебнике даны указания к решениям задач №16 (планиметрия) и №18 (олимпиадная тематика) тестов с чётными номерами и задач с чётными номерами из Задачника данной книги.

О преимуществах данного пособия

Одним из преимуществ данной книги является особенная «парность» заданий «части С» (т.е. заданий с развёрнутым ответом). Большинство заданий «части С» данной книги таково, что «парная» задача развивает идею задачи из предыдущего теста. Поэтому для решения «парной» задачи недостаточно лишь поменять цифры в решении аналогичной задачи предшествующего теста, а придётся заново продумывать некоторые детали и нюансы. Это особенно ценно при подготовке к заданиям «части С», так как можно прочитать и понять 100 готовых решений, но не решить на экзамене 101-ую, в чём-то аналогичную, но в чём-то и отличающуюся задачу. Решая задания «части С» из этой книги, школьник учится преодолевать психологический барьер — состояние «изменённой ситуации» при решении задачи (т.е. такой ситуации, с которой он сталкивается впервые).

«Математика. Подготовка к ЕГЭ 2022. Профильный уровень»

Д.А. Мальцев, А.А. Мальцев, Л.И. Мальцева

© издатель Мальцев Д.А., www.afina-r.ru

Об оценивании результатов тестирования

Поясним некоторые термины, связанные с оцениванием результатов ЕГЭ. «Первичные баллы» — баллы, выставяемые за каждое выполненное задание. За верно выполненное задание с кратким ответом выставяется 1 первичный балл. Баллы за задания с развёрнутым ответом (задания №12 – №18) выставяются в зависимости от степени верности их выполнения. В 2022 году задания №12, 14, 15 оцениваются по шкале от 0 до 2 баллов, задания №13, 16 — по шкале от 0 до 3 баллов, а задания №17, 18 — по шкале от 0 до 4 баллов. Таким образом, максимальное количество первичных баллов, которое может получить выпускник, составляет 31 балл: за все задания с кратким ответом — 11 баллов; за задания с развёрнутым ответом — 20 баллов.

«Сертификационный балл» — балл, выставяемый в свидетельство о сдаче ЕГЭ. Ниже приведена таблица, использовавшаяся при оценивании результатов выпускников 2021 года.

Таблица перевода первичных баллов в сертификационные

Перв. балл	Сертиф. балл	Перв. балл	Сертиф. балл	Перв. балл	Сертиф. балл
0	0	11	56	22	86
1	5	12	62	23	88
2	9	13	68	24	90
3	14	14	70	25	92
4	18	15	72	26	94
5	23	16	74	27	96
6	27	17	76	28	98
7	33	18	78	29	99
8	39	19	80	30	100
9	45	20	82	31	100
10	50	21	84	32	100

В экзаменационной работе 2022 года количество первичных баллов уменьшилось на 1 по сравнению с работой 2021 года. Это незначительное изменение, поэтому при тренировках по тестам данного пособия для примерного оценивания своих результатов вполне можно использовать приведённую выше таблицу.

«Математика. Подготовка к ЕГЭ 2022. Профильный уровень»

Д.А. Мальцев, А.А. Мальцев, Л.И. Мальцева

© издатель Мальцев Д.А., www.afina-r.ru

Отметим, что на реальном экзамене при оценивании заданий с развёрнутым ответом учитывается не только правильность окончательного ответа, но и сам ход рассуждений. Поэтому для определения баллов, которые могут быть выставлены за приведённые вами решения этих заданий, рекомендуем обращаться к учителю математики или другому специалисту.

О системе подготовки к ЕГЭ

Чтобы получить общее представление о структуре экзаменационной работы, прорешайте тесты №1,2 данного пособия. А затем начните устранение пробелов в своих знаниях, которые обнаружатся при прорешивании этих двух тестов. В этом Вам поможет книга данного учебно-методического комплекта «Математика. Подготовка к ЕГЭ 2022. Все задания части 1». Отметим также, что в этой книге приведены подробные решения задач на вычисление «условной вероятности» (задание №10), впервые появившихся в плане экзаменационной работы.

Полностью проработав задания с кратким ответом, приступайте к решению тестов данной книги.

Рекомендуем Вам построить свои занятия по тестам пособия таким образом, чтобы учебные занятия чередовались с тренировочными.

На учебном занятии знакомьтесь с методами решения тех заданий, которые Вы планируете решать на экзамене. Решения задач с развёрнутым ответом приведены в Решебнике к данной книге. Если же возникает вопрос по одному из заданий №1–№11, то рекомендуем Вам обращаться к своему учителю.

Для проведения тренировочного занятия необходимо отвести 2-3 часа. За это время попытайтесь решить самостоятельно те задания, к выполнению которых Вы рассчитываете приступить на экзамене. Решайте задачи так, словно Вы уже на экзамене, не заглядывая в ответы. В конце занятия сверьте свои ответы с ответами, данными в книге. Не вдаваясь в детали, скажем, что польза от подобных тренировок огромна!

Желаем Вам успеха!

Авторы выражают искреннюю признательность всем рецензентам данной книги.

«Математика. Подготовка к ЕГЭ 2022. Профильный уровень»

Д.А. Мальцев, А.А. Мальцев, Л.И. Мальцева

© издатель Мальцев Д.А., www.afina-r.ru

Глава I

Экзаменационно-тренировочные тесты

Если вы хотите научиться плавать, то смело входите в воду, а если хотите научиться решать задачи — решайте их.

Д. Пойа. Математическое открытие

Тест № 1

Часть 1

1 Найдите корень уравнения $5^{6x+25} = 625$.

Ответ: _____

2 На 850 стиральных машин в среднем приходится 17 бракованных. Какова вероятность, что взятая наугад стиральная машина окажется исправной?

Ответ: _____

3 Найдите центральный угол AOB , если он на 22° больше вписанного угла ACB , опирающегося на ту же дугу. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

4 Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{3\sqrt{34}}{34}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

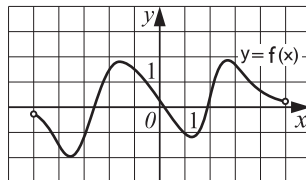
Ответ: _____

5 В цилиндрический сосуд налили 5000 см^3 воды. Уровень воды оказался равным 25 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень воды в сосуде поднялся на 4 см. Найдите объём

детали. Ответ дайте в см³.

Ответ: _____

6 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на промежутке $(-5; 5)$. Найдите число точек с целыми абсциссами, в которых производная этой функции отрицательна.



Ответ: _____

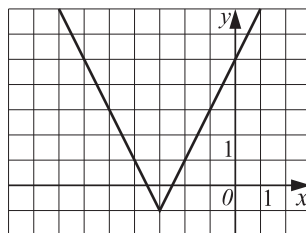
7 Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 585$ Гц. Одновременно издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Вследствие эффекта Доплера, частота второго гудка f (в Гц) больше первого — она зависит от скорости v (м/с) тепловоза по закону: $f(v) = \frac{f_0}{1 - v/c}$ Гц, где $c = 320$ м/с — скорость звука. Человек различает сигналы по тону, если они отличаются не менее, чем на 15 Гц. Какую наименьшую скорость v (м/с) мог иметь подъезжающий к платформе тепловоз, если стоящий на платформе человек смог различить сигналы?

Ответ: _____

8 Велосипедист ехал сначала 3 минуты с горы, а затем 5 минут в гору. Обратный путь он проделал за 16 минут, двигаясь с горы и в гору с теми же скоростями, что и прежде. Во сколько раз скорость велосипедиста при движении с горы была больше, чем скорость в гору?

Ответ: _____

9 На рисунке изображён график функции $f(x) = a|x + b| + c$, где числа a , b и c — целые. Найдите значение $f(-21)$.



Ответ: _____

10 В одном из регионов производством постельного белья занимаются две фабрики. Первая фабрика выпускает 30% постельного белья, реализуемого в данном регионе, вторая — 70%. Среди комплектов постельного белья, произведённых первой фабрикой, дефекты пошива имеют 6% комплектов, у второй фабрики дефекты пошива имеют 2% комплектов. Случайным образом купленный в данном регионе комплект постельного белья имеет дефект. Найдите вероятность того, что этот комплект пошит на первой фабрике.

Ответ: _____

11 Найдите точку максимума функции

$$y = x^2 - 22x + 144 \ln(x + 11).$$

Ответ: _____

Часть 2

12 а) Решите уравнение $\sin^3 x + \sin x = \sqrt{3} \cos^3 x - 2\sqrt{3} \cos x$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left(-3\pi; -\frac{\pi}{3}\right)$.

13 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ длина бокового ребра AA_1 равна 2. Шар с центром в точке O касается всех граней этой призмы. Точки M, N, K — середины рёбер AB, A_1B_1 и CC_1 соответственно, P — точка пересечения прямой NO с плоскостью основания ABC .

а) Докажите, что прямые PK и MO параллельны.

б) Найдите расстояние от точки O до плоскости APK .

14 Решите неравенство

$$\log_{0,2}(21 - 21x) \leq \log_{0,2}(x^2 - 3x + 2) + \log_{0,2}(x + 8).$$

15 В июле 2021 года был взят кредит на пять лет в размере 550 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

«Математика. Подготовка к ЕГЭ 2022. Профильный уровень»

Д.А. Мальцев, А.А. Мальцев, Л.И. Мальцева

© издатель Мальцев Д.А., www.afina-r.ru

- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2022, 2023, 2024 годов долг остаётся равным 550 тыс. рублей;
- выплаты в 2025 и 2026 годах равны;
- к июлю 2026 года долг будет выплачен полностью.

Найдите r , если известно, что после того, как долг будет выплачен полностью, общий размер выплат составит 1050 тыс. рублей.

16 Треугольник ABC прямоугольный с прямым углом C . Продолжение биссектрисы CK этого треугольника пересекает его описанную окружность в точке L . Прямая, проходящая через точку L и середину гипотенузы AB , пересекает вторично описанную окружность треугольника ABC в точке M и пересекает катет BC в точке P .

а) Докажите, что прямая MK является касательной к описанной окружности треугольника BCP .

б) Найдите площадь треугольника MKP , если $AC = 3$, $BC = 4$.

17 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение
$$\frac{x^2 - 2x + a}{21x^2 - 10ax + a^2} = 0$$
 имеет ровно два различных корня.

18 На доске написано 11 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 6, а среднее арифметическое шести наибольших из них равно 16.

а) Может ли наименьшее из этих одиннадцати чисел равняться 4?

б) Может ли среднее арифметическое всех 11 написанных на доске чисел равняться 12?

в) Пусть N — шестое по величине число, а S — среднее арифметическое всех одиннадцати чисел. Найдите наибольшее значение выражения $S - N$.