



Д.А. Мальцев
А.А. Мальцев
Л.И. Мальцева

МАТЕМАТИКА

Подготовка к ЕГЭ 2023

Профильный уровень
Книга 2

46 ТЕСТОВ + ЗАДАЧНИК
по новой Демоверсии

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



**НАРОДНОЕ
ОБРАЗОВАНИЕ**

Д.А. Мальцев,
А.А. Мальцев,
Л.И. Мальцева

МАТЕМАТИКА

Подготовка к ЕГЭ 2023

Профильный уровень

Книга 2

✓ 46 тестов по новой Демоверсии ЕГЭ 2023

✓ Задачник: около 150 заданий
с развёрнутым ответом

Издатель Мальцев Д.А.
Ростов-на-Дону

Народное образование
Москва
2023

ББК 22.1
М 21

Рецензенты: *К. Э. Каибханов*, к. ф.-м. н., доцент ЮФУ;
Е. А. Шатилова, учитель высшей категории

Авторы: *Д. А. Мальцев, А. А. Мальцев, Л. И. Мальцева*

М 21 **Математика. Подготовка к ЕГЭ 2023. Профильный уровень.**
Книга 2 / Д.А. Мальцев, А.А. Мальцев, Л.И. Мальцева — Ростов н/Д:
Издатель Мальцев Д.А.; М.: Народное образование, 2023. — 232 с.

Данное пособие состоит из двух глав. Глава I содержит 46 тестов по новой Демоверсии 2023 года. Все тесты данного пособия попарно подобны — тест №2 подобен тесту №1, тест №4 подобен тесту №3 и т.д.

Одним из преимуществ данной книги является особенная «парность» заданий «части С», т.е. заданий с развёрнутым ответом. Большинство заданий «части С» данной книги таково, что «парная» задача развивает идею задачи из предыдущего теста. Поэтому для решения «парной» задачи недостаточно лишь поменять цифры в решении аналогичной задачи предшествующего теста, а придётся заново продумывать некоторые детали и нюансы. Решая задания «части С» из этой книги, школьник учится преодолевать психологический барьер — состояние «изменённой ситуации» при решении задачи, т.е. такой ситуации, с которой он сталкивается впервые.

В главе II приведён задачник, содержащий около 150 заданий с развёрнутым ответом.

Решения заданий с развёрнутым ответом всех тестов с нечётными номерами (т.е. тестов №1, №3 и т.д.), а также решения задач с нечётными номерами из Задачника приведены в **Решебнике** к данной книге, который выпускается одновременно с ней. Кроме того, в этом Решебнике даны указания к решениям задач №16 (планиметрия) и №18 (олимпиадная тематика) тестов с чётными номерами и задач с чётными номерами из Задачника.

Подписано в печать с оригинал-макета 06.09.2022.

Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага газетная. Гарнитура Times New Roman.

Печать офсетная. Усл. печ. л. 13,05. Тираж 10000 экз. Заказ №

Отпечатано с оригинал-макета в типографии ООО «Кубаньпечать»

Содержание

От авторов	6
Глава I. Экзаменационно-тренировочные тесты	9
Тест №1	9
Тест №2	13
Тест №3	16
Тест №4	20
Тест №5	24
Тест №6	27
Тест №7	31
Тест №8	35
Тест №9	39
Тест №10	42
Тест №11	46
Тест №12	49
Тест №13	53
Тест №14	57
Тест №15	61
Тест №16	64
Тест №17	68
Тест №18	72
Тест №19	76
Тест №20	80
Тест №21	84
Тест №22	87

Тест № 23	91
Тест № 24	94
Тест № 25	98
Тест № 26	102
Тест № 27	106
Тест № 28	110
Тест № 29	113
Тест № 30	117
Тест № 31	121
Тест № 32	124
Тест № 33	128
Тест № 34	132
Тест № 35	136
Тест № 36	140
Тест № 37	144
Тест № 38	148
Тест № 39	152
Тест № 40	156
Тест № 41	160
Тест № 42	164
Тест № 43	168
Тест № 44	172
Тест № 45	176
Тест № 46	180
Глава II. Задачник	184
Решение уравнений (задание №12)	184
Решение неравенств (задание №14)	187
Задачи с экономическим содержанием (задание №15) ...	188

Геометрические задачи (задание №16)	197
Уравнения и неравенства с параметром (задание №17) ..	202
Задачи олимпиадного типа (задание №18)	207
Ответы к тестам	214
Ответы к задачнику	227
Карта индивидуальных достижений обучающегося	231

От авторов

Данное пособие является одной из книг учебно-методического комплекта «Математика. Подготовка к ЕГЭ 2023», предназначенной для учащихся, сдающих Профильный ЕГЭ по математике. Пособие состоит из двух глав.

Глава I содержит 46 тестов. На взгляд авторов, для успешной сдачи любого экзамена полезно знакомство с «историей вопроса», то есть с теми задачами, которые предлагались на этом экзамене в предшествующие годы. Поэтому в тестах данной книги, условно названных «экзаменационно-тренировочными», авторы, проанализировав материал ЕГЭ по математике предшествующих лет, отобрали все основные идеи, заложенные в экзаменационные задания.

Все тесты данного пособия попарно подобны — тест №2 подобен тесту №1, тест №4 подобен тесту №3 и т.д.

В главе II приведён Задачник, содержащий около 150 заданий с развёрнутым ответом.

Одновременно с данной книгой выпускается её Решебник, в котором приведены решения заданий с развёрнутым ответом всех тестов с нечётными номерами, а также заданий с нечётными номерами из Задачника. Кроме того, в Решебнике даны указания к решениям задач №16 (планиметрия) и №18 (олимпиадная тематика) тестов с чётными номерами и задач с чётными номерами из Задачника данной книги.

О преимуществах данного пособия

Одним из преимуществ данной книги является особенная «парность» заданий «части С» (т.е. заданий с развёрнутым ответом). Большинство заданий «части С» данной книги таково, что «парная» задача развивает идею задачи из предыдущего теста. Поэтому для решения «парной» задачи недостаточно лишь поменять цифры в решении аналогичной задачи предшествующего теста, а придётся заново продумывать некоторые детали и нюансы. Это особенно ценно при подготовке к заданиям «части С», так как можно прочитать и понять 100 готовых решений, но не решить на экзамене 101-ую, в чём-то аналогичную, но в чём-то и отличающуюся задачу. Решая задания «части С» из этой книги, школьник учится преодолевать психологический барьер — состояние «изменённой ситуации» при решении задачи (т.е. такой ситуации, с которой он сталкивается впервые).

Об оценивании результатов тестирования

Поясним некоторые термины, связанные с оцениванием результатов ЕГЭ. «Первичные баллы» — баллы, выставляемые за каждое выполненное задание. За верно выполненное задание с кратким ответом выставляется 1 первичный балл. Баллы за задания с развёрнутым ответом (задания №12–№18) выставляются в зависимости от степени верности их выполнения. В 2023 году задания №12,14,15 оцениваются по шкале от 0 до 2 баллов, задания №13,16 — по шкале от 0 до 3 баллов, а задания №17,18 — по шкале от 0 до 4 баллов. Таким образом, максимальное количество первичных баллов, которое может получить выпускник, составляет 31 балл: за все задания с кратким ответом — 11 баллов; за задания с развёрнутым ответом — 20 баллов.

«Сертификационный балл» — балл, выставляемый в свидетельство о сдаче ЕГЭ. Ниже приведена таблица, использовавшаяся при оценивании результатов выпускников 2022 года.

Таблица перевода первичных баллов в сертификационные

Перв. балл	Сертиф. балл	Перв. балл	Сертиф. балл	Перв. балл	Сертиф. балл
0	0	11	64	22	86
1	6	12	66	23	88
2	11	13	68	24	90
3	17	14	70	25	92
4	22	15	72	26	94
5	27	16	74	27	96
6	34	17	76	28	98
7	40	18	78	29	99
8	46	19	80	30	100
9	52	20	82	31	100
10	58	21	84		

Поскольку план экзаменационной работы 2023 года отличается от плана работы 2022 года только порядком заданий части 1, то при тренировках по тестам данного пособия для оценивания своих результатов можно использовать приведённую выше таблицу.

Отметим, что на реальном экзамене при оценивании заданий с развёрнутым ответом учитывается не только правильность окончательного ответа, но и сам ход рассуждений. Поэтому для определения баллов, которые могут быть выставлены за приведённые вами решения этих заданий, рекомендуем обращаться к учителю математики или другому специалисту.

О системе подготовки к ЕГЭ

Чтобы получить общее представление о структуре экзаменационной работы, прорешайте тесты №1,2 данного пособия. А затем начните устранение пробелов в своих знаниях, которые обнаружатся при прорешивании этих двух тестов. В этом Вам поможет пособие из данного учебно-методического комплекта «Математика. Подготовка к ЕГЭ 2023. Профильный уровень. Книга 1».

Полностью проработав задания с кратким ответом, приступайте к решению тестов данной книги.

Рекомендуем Вам построить свои занятия по тестам пособия таким образом, чтобы учебные занятия чередовались с тренировочными.

На учебном занятии знакомьтесь с методами решения тех заданий, которые Вы планируете решать на экзамене. Решения задач с развёрнутым ответом приведены в Решебнике к данной книге. Если же возникает вопрос по одному из заданий №1–№11, то рекомендуем Вам обращаться к своему учителю.

Для проведения тренировочного занятия необходимо отвести 2-3 часа. За это время попытайтесь решить самостоятельно те задания, к выполнению которых Вы рассчитываете приступить на экзамене. Решайте задачи так, словно Вы уже на экзамене, не заглядывая в ответы. В конце занятия сверьте свои ответы с ответами, данными в книге. Не вдаваясь в детали, скажем, что польза от подобных тренировок огромна!

Желаем Вам успеха!

Авторы выражают искреннюю признательность всем рецензентам данной книги.

Глава I

Экзаменационно-тренировочные тесты

Если вы хотите научиться плавать, то смело входите в воду, а если хотите научиться решать задачи — решайте их.

Д. Пойа. Математическое открытие

Тест №1

Часть 1

1 Хорда AB делит окружность на две дуги, градусные величины которых относятся как $4 : 11$. Под каким углом видна эта хорда из точки C , принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

2 Объём цилиндра равен 24. Дан второй цилиндр, у которого высота в три раза больше, а радиус основания в два раза меньше, чем у первого цилиндра. Найдите объём второго цилиндра.

Ответ: _____

3 Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвуют 26 теннисистов, среди которых 5 участников из России. Найдите вероятность того, что в первом туре российский теннисист Павел Макаров будет играть с другим теннисистом из России.

Ответ: _____

4 Дана симметричная монета — при каждом её подбрасывании выпадение «орла» или «решки» равновероятно. Эту монету подбросили пять раз. Известно, что «решка» выпала ровно два раза. Какова вероятность, что при первых трёх подбрасываниях монеты выпал «орёл»?

Ответ: _____

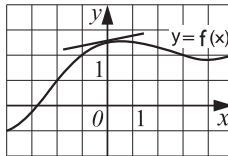
5 Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{2}{3x-4}} = \frac{1}{5}$.

Ответ: _____

6 Найдите значение выражения $\frac{\cos 11^\circ \cdot \cos 101^\circ}{10 \cos 112^\circ}$.

Ответ: _____

7 На рисунке изображены участки графика функции $y = f(x)$ и касательной к нему в точке с абсциссой $x = 0$. Известно, что данная касательная параллельна прямой, проходящей через точки графика с абсциссами $x = -2$ и $x = 3$. Найдите значение производной $f'(0)$.



Ответ: _____

8 Трактор тянет сани с силой $F = 70$ (кН), направленной под острым углом α к горизонту. Работа A (в кДж), совершаемая трактором на участке длиной $S = 80$ метров, вычисляется по формуле: $A = F \cdot S \cdot \cos \alpha$. При каком максимальном угле α (в градусах) совершаемая трактором работа будет не менее 2800 кДж?

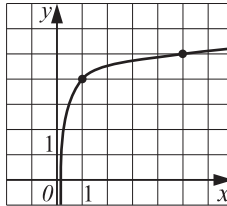
Ответ: _____

9 В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процен-

тов. В результате они стали стоять на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Ответ: _____

- 10** На рисунке изображён график функции $f(x) = b + \log_a x$.
Найдите $f(625)$.



Ответ: _____

- 11** Найдите наибольшее значение функции $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^3 - 3x^2 + 13}$ на отрезке $[-2; 12]$.

Ответ: _____

Часть 2

- 12** а) Решите уравнение $2 \sin\left(\frac{7\pi}{2} - x\right) \cdot \sin(-x) + \cos x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$.

- 13** Основанием правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является треугольник ABC . На прямой AA_1 отмечена точка D так, что точка A_1 — середина отрезка AD . На прямой B_1C_1 отмечена точка E так, что C_1 — середина отрезка B_1E .

а) Докажите, что прямые A_1B_1 и DE перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми AB и DE , если $AB = 7$, $AA_1 = 9$.

14 Решите неравенство $\frac{23}{3^x - 243} \geq \frac{2}{3^x - 27}$.

15 Страховая компания положила в банк некоторую сумму денег под 10% годовых для обеспечения страховых выплат. Какова была эта сумма (в рублях), если она оказалась полностью истрачена за три года на следующие выплаты: 880000 рублей в конце первого года, 605000 рублей в конце второго года и 1331000 рублей в конце третьего года (все выплаты производились после начисления банком процентов).

16 На стороне острого угла с вершиной A отмечена точка B . Из точки B на биссектрису и другую сторону угла опущены перпендикуляры BC и BD соответственно, P — точка пересечения прямых BD и AC .

а) Докажите, что $\frac{1}{CD^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BP^2}$.

б) Найдите отношение площади четырёхугольника $ABCD$ к площади треугольника ABP , если $\cos \angle BAC = \frac{5}{6}$.

17 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $|x^2 + a^2 - 7x - 3a| = x + a$ имеет четыре решения.

18 Имеется три коробки, в первой из которых лежит 55 камней, во второй — 65 камней, а третья — пустая. За один ход разрешается взять по одному камню из любых двух непустых коробок и положить в оставшуюся коробку.

а) Можно ли за несколько ходов добиться того, чтобы число камней в первой коробке было равно 55, во второй — 5, а в третьей — 60?

б) Можно ли добиться того, чтобы все 120 камней лежали в третьей коробке?

в) После нескольких ходов в первой коробке оказалось три камня. Какое наибольшее число камней могло при этом оказаться в третьей коробке?