



под редакцией Д.А. Мальцева

МАТЕМАТИКА

9 класс

30 тестов по новому плану

ОГЭ 2020

**НАРОДНОЕ
ОБРАЗОВАНИЕ**

Под редакцией Д.А. Мальцева

МАТЕМАТИКА

9 класс

ОГЭ 2020

- ✓ 30 тестов по новому плану
- ✓ задачник части 2

Издатель Мальцев Д.А.
Ростов-на-Дону

Народное образование
Москва
2020

Содержание

От авторов	5
Учебно-тренировочные тесты	8
Тест № 1	8
Тест № 2	13
Тест № 3	18
Тест № 4	24
Тест № 5	29
Тест № 6	34
Тест № 7	40
Тест № 8	45
Тест № 9	51
Тест № 10	56
Тест № 11	61
Тест № 12	67
Тест № 13	72
Тест № 14	77
Тест № 15	83
Тест № 16	88
Тест № 17	94
Тест № 18	99
Тест № 19	104
Тест № 20	109
Тест № 21	115
Тест № 22	120
Тест № 23	125
Тест № 24	130
Тест № 25	135
Тест № 26	140

Тест № 27	146
Тест № 28	151
Тест № 29*	156
Тест № 30*	161
Дополнительные задачи части 2	167
1. Преобразования выражений	167
2. Уравнения и системы уравнений	168
3. Неравенства	169
4. Текстовые задачи	170
5. Геометрические задачи на доказательство	176
6. Геометрические задачи на вычисления (задание №24)	177
7. Геометрические задачи на вычисления (задание №26)	180
Ответы	183
Карта индивидуальных достижений обучающегося	187

От авторов

Данное пособие предназначено для подготовки к итоговой аттестации по математике за курс основной школы. Оно содержит 30 тестов, составленных авторами по новой Демоверсии ОГЭ 2020.

Отметим, что все тесты пособия попарно подобны — тест №2 подобен тесту №1, тест №4 подобен тесту №3 и т.д.

Одновременно с данным пособием выходит Решебник, содержащий решения заданий части 2 нечётных тестов и решения задач с нечётными номерами из задачника. Также в Решебнике приведены указания и краткие решения к наиболее сложным задачам №25, №26 тестов с чётными номерами.

Регулярные занятия по данному пособию позволят ученику не только успешно подготовиться к итоговому экзамену по математике в 9 классе, но также помогут развить свои математические навыки и существенно повысить уровень математической грамотности. А это, в свою очередь, окажет неоценимую помощь в дальнейшем обучении — вне зависимости от выбранного колледжа или ВУЗа и выбранной специальности.

Далее приведён примерный текст инструкции, которым на экзамене будет снабжён каждый из КИМов.

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 26 заданий. Часть 1 содержит 20 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 15 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов №1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов №2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 16–20, 24–26).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Об оценивании результатов тестирования

За верно выполненное задание с кратким ответом выставляется 1 балл. Задания с развёрнутым ответом (задания №21–№26) в зависимости от степени верности их выполнения оцениваются от 0 до 2 баллов.

Таким образом, максимальное число баллов, которое можно набрать на ОГЭ по математике в 2020 году, равно 32 — 20 баллов за все задания части 1 и 12 баллов за шесть заданий части 2.

Ниже приведена рекомендуемая шкала пересчёта суммарного числа баллов в экзаменационную отметку по пятибалльной шкале, которая использовалась при проведении ОГЭ 2019. А поскольку максимальное число баллов за работу не изменилось, то, скорее всего, шкала пересчёта баллов в отметку по пятибалльной шкале в 2020 году останется прежней.

Шкала пересчёта суммарного балла за выполнение экзаменационной работы в отметку по математике

Суммарный балл за работу	0–7	8–14	15–21	22–32
Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»

Согласно рекомендуемым критериям оценивания экзаменационной работы, жёстких требований к оформлению решений не предъявляется, а исправления и зачёркивания, если они сделаны аккуратно, не являются основанием для снижения отметки.

Желаем Вам успеха!

Авторы благодарят рецензентов данной книги за внимательное прочтение рукописи и ценные замечания.

Учебно-тренировочные тесты

Если вы хотите научиться плавать, то смело входите в воду, а если хотите научиться решать задачи – решайте их.

Д. Пойа. Математическое открытие

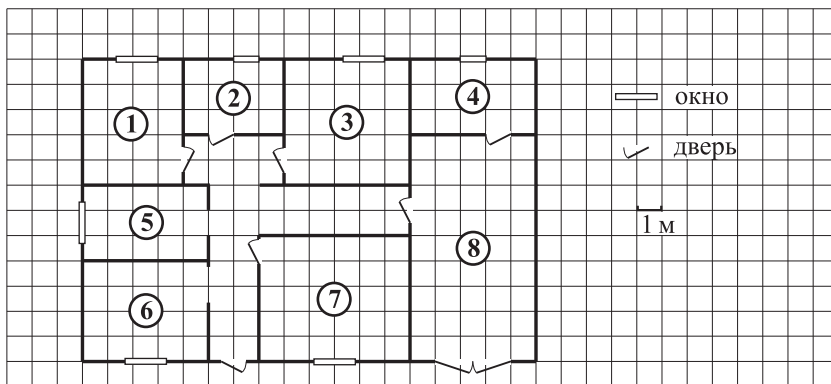
Тест №1

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

На рисунке изображён план одноэтажного дома. Сторона каждой клетки на плане равна 1 м. Дом имеет прямоугольную форму.



У дома имеется главный вход шириной 1 м и ворота шириной 3 м, через которые осуществляется проезд личного автомобиля в гараж. При входе в дом слева располагается гостиная, в смежной с ней комнате находится кухня. Справа от входа находится одна из спален площадью 30 кв. м, обозначенная цифрой 7. Если от входа пройти прямо до конца коридора, то можно попасть в ванную комнату (смежные с ванной комнатой помещения – это спальни, обозначенные цифрами 1 и 3). При выходе из кухни прямо по коридору расположена дверь, ведущая в гараж. Из гаража имеется проход в котельную.

1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Комнаты	гостиная	котельная	ванная	кухня
Цифры				

Ответ: _____

2 Паркетная доска продаётся в упаковках по 6 штук площадью 0,4 кв.м каждая. Сколько упаковок паркетной доски понадобилось, чтобы покрыть ею все имеющиеся в доме спальни?

Ответ: _____

3 Найдите площадь, которую занимает гараж. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____

4 Найдите расстояние от левого угла гаража у въезда в гараж до правого угла дома, в котором расположена котельная. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____

5 Хозяин участка планирует устроить в жилом доме отопление. Он рассматривает два варианта: электрическое или газовое отопление. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе газа, электроэнергии и их стоимости даны в таблице.

Отопление	Нагреватель (котёл)	Прочее оборудование и монтаж	Сред. расход газа/сред. потребл. мощность	Стоимость газа/электроэнергии
Газовое	26430 руб.	20900 руб.	1,1 куб. м/ч	6,1 руб./куб.м
Электрическое	20150 руб.	12600 руб.	8,3 кВт	5,2 руб./(кВт · ч)

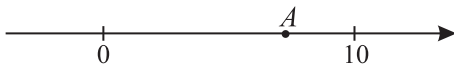
Обдумав оба варианта, хозяин решил установить газовое оборудование. Через сколько часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разность в стоимости установки газового и электрического отопления?

Ответ: _____

6 Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{22} - \frac{1}{55}\right) \cdot 66$.

Ответ: _____

7 На координатной прямой отмечена точка A .



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому числу соответствует точка A ?

- 1) $\frac{154}{14}$ 2) $\sqrt{54}$ 3) 1,4 4) 5

Ответ:

8 Найдите значение выражения $\frac{(4^2 \cdot 4^3)^5}{(4^2 \cdot 4^{10})^2}$.

Ответ: _____

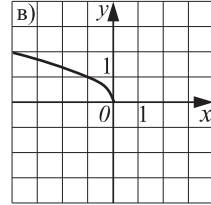
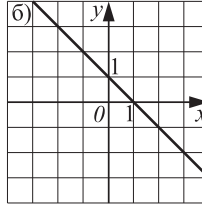
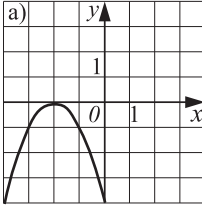
9 Решите уравнение $\frac{20}{x-19} = \frac{21}{x-22}$.

Ответ: _____

10 На экзамене 50 билетов, Валера не выучил 7 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

Ответ: _____

11 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



1) $y = -x + 1$

2) $y = \sqrt{-x}$

3) $y = -(x + 2)^2$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

а	б	в

12 В последовательности чисел первое число равно 7, а каждое следующее на одну и ту же величину больше предыдущего. Чему равно седьмое число этой последовательности, если пятнадцатое число равно 77?

Ответ: _____

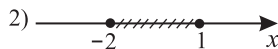
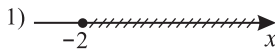
13 Найдите значение выражения $20a + \frac{19b - 20a^2}{a}$ при $a = 0,2$, $b = 21$.

Ответ: _____

14 Зная количество питательных веществ (n), необходимых взрослому человеку в сутки, можно вычислить среднее количество этих веществ (M) за любой промежуток времени (t), по формуле: $M = n \cdot t$. Сколько килограммов белков необходимо взрослому человеку в год (365 дн.), если в сутки он должен потреблять их 80 г?

Ответ: _____

15 Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} 3 + x \geq 1, \\ 2 - 2x \geq 0. \end{cases}$



Ответ:

16 В треугольнике ABC угол C равен 88° , $AC = BC$. Найдите градусную меру внешнего угла при вершине B .

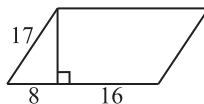
Ответ: _____

17 Найдите площадь квадрата, если известно, что радиус вписанной в него окружности равен $\sqrt{17}$.

Ответ: _____

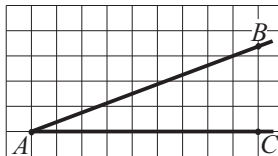
18 Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.

Ответ: _____



19 Найдите тангенс угла BAC , изображённого на рисунке.

Ответ: _____



20 Укажите номера верных суждений.

- 1) Если две параллельные прямые пересечены секущей, то сумма накрест лежащих углов равна 180° .
- 2) Равные треугольники имеют равные площади.
- 3) Если в четырёхугольнике две стороны параллельны, то этот четырёхугольник – параллелограмм.
- 4) Сторона треугольника равна произведению радиуса описанной окружности на синус противолежащего угла.

Ответ: _____

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

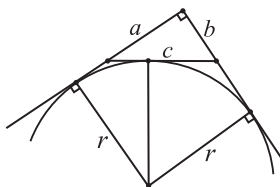
21 Решите уравнение $(x - 1)(x^2 + 6x + 9) = x^2 + 12x + 27$.

22 Лодка прошла 10 км по течению реки, а затем 2 км против течения, затратив на весь путь 1,5 часа. Найдите собственную скорость лодки (в км/ч), если скорость течения реки равна 3 км/ч.

23 Постройте график функции $y = \frac{(4x^3 + 3x^2) \cdot |x|}{4x + 3}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

24 В прямоугольном треугольнике угол между биссектрисой и высотой, проведёнными из вершины прямого угла, равен 21° . Найдите градусную меру большего из острых углов этого треугольника.

25 В прямоугольном треугольнике длины катетов равны a и b , длина гипотенузы равна c . Докажите, что радиус окружности, касающейся гипотенузы и продолжений катетов этого треугольника (см. рисунок), равен $r = \frac{a + b + c}{2}$.



26 Продолжения сторон AB и CD четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, пересекаются в точке P . Найдите длину стороны AD , если $AB = 12$, $BC = 5$, $CD = 6$, $CP = 10$.

Тест № 2

Часть 1

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

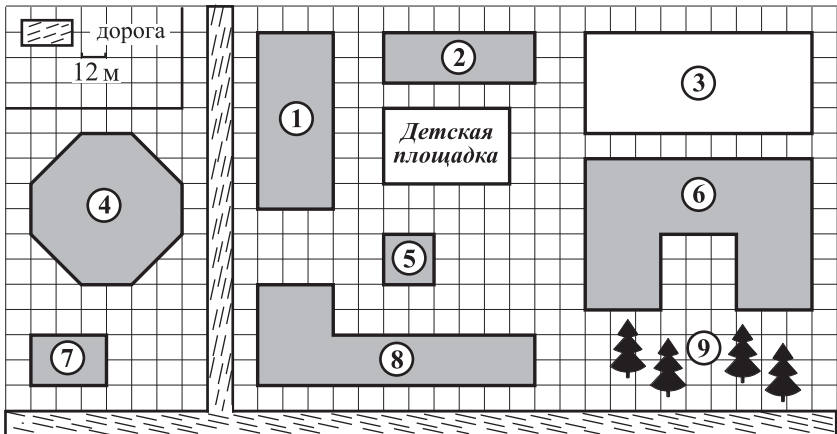
На рисунке изображён план одноэтажного дома. Сторона каждой клетки на плане равна 1 м. У дома имеется главный вход шириной 1 м и ворота шириной 3 м, через которые осуществляется проезд личного автомобиля в гараж. При входе в дом слева располагается рабочий кабинет, а в смежной с ним комнате – котельная, через которую можно попасть в гараж. Напротив кабинета расположена гостиная, имеющая выход на кухню. В доме есть две спальни, расположенные друг напротив друга, между которыми находится ванная комната площадью 12 кв.м.

Тест №12

Часть 1

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

На плане изображён район города, в котором проживает Аня (сторона каждой клетки на плане равна 12 м). Аня живёт в угловом доме. Квадратное здание продуктового магазина находится в 24 метрах от дома Ани. Рядом с детской площадкой имеются два дома. В том из этих домов, который ближе к детской площадке, живёт Света, а в доме, который дальше – Наташа. Через дорогу от дома Наташи стоит здание цирка в форме выпуклого восьмиугольника, а рядом с ним – одноэтажное кафе площадью 864 кв.м. Также в этом районе города имеется школа, перед которой растут хвойные деревья, обозначенные цифрой 9, а позади школы находится спортивная площадка.



1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объект	Цирк	Школа	Дом, где живёт Наташа	Дом, где живёт Аня
Цифры				

Ответ: _____

2 Детскую площадку решили засыпать речным песком. На 1 квадратный метр земли необходимо 140 кг песка. Грузовик вмещает 14 тонн песка. Какое минимальное количество грузовиков с песком необходимо завезти?

Ответ: _____

3 Найдите суммарную площадь, которую занимает школа и цирк. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____

4 Найдите расстояние от детской площадки до кафе (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой) в метрах. Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____

5 Фирма выбирает место для строительства гостиницы: в центре города или на его окраине. Стоимость прокладки 1 метра коммуникаций равна 6500 рублей. В гостинице планируется сдавать 800 номеров. Стоимость земли, цена строительства гостиницы и средняя стоимость номера даны в таблице.

Место	Цена земли	Цена строительства	Длина коммуникаций	Средняя стоимость номера
Центр	74,5 млн руб.	181 млн руб.	100 м	3700 руб./сутки
Окраина	22,7 млн руб.	175 млн руб.	3600 м	3200 руб./сутки

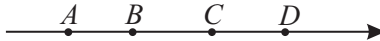
Обдумав оба варианта, компания выбрала местом для строительства центр города. Через сколько суток после начала сдачи номеров (при условии, что будет занята только половина номеров) более высокая стоимость номеров компенсирует разность в стоимости земли, строительства и прокладки коммуникаций, если фирма платит налог 13% со стоимости, полученной за номер? Ответ округлите до целых.

Ответ: _____

6 Найдите значение выражения $\frac{0,036}{3,8} \cdot \frac{1,14}{72}$.

Ответ: _____

- 7 На координатной прямой точками A, B, C и D отмечены числа $2,6$; $\sqrt{6}$; $\frac{16}{7}$; $\frac{17}{8}$.



Какой точкой изображается число $2,6$?

- 1) A 2) B 3) C 4) D

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения $(12^{-3})^4 \cdot 144^8$.

Ответ: _____

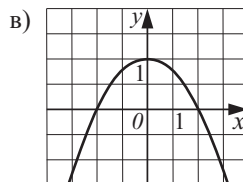
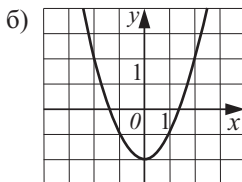
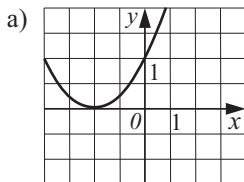
- 9 Решите уравнение $5x^2 - 10x + 50 = 3x^2 - 34x - 20$. Если уравнение имеет несколько корней, то в ответе укажите меньший из них.

Ответ: _____

- 10 На математической конференции в секции «Дифференциальные уравнения» участвуют 5 докладчиков из Воронежа, 8 – из Ростова-на-Дону, 3 – из Краснодара. Порядок выступления докладчиков определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет выступать докладчик не из Воронежа.

Ответ: _____

- 11 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



1) $y = x^2 - 2$

2) $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2$

3) $y = 2 - \frac{1}{2}x^2$

Ответ:

а	б	в

12 Числа $7x, 8y, 9z, 10w$ образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. Найдите число y , если $x = 0,4, w = 35$.

Ответ: _____

13 Найдите значение выражения $110ab - (11a + 5b)^2$ при $a = \sqrt{11}$, $b = \sqrt{5}$.

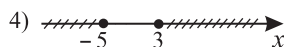
Ответ: _____

14 Для площади треугольника имеет место формула: $S = \frac{r \cdot (a + b + c)}{2}$, где r – радиус вписанной окружности треугольника, a, b, c – длины его сторон. Пользуясь этой формулой, найдите радиус вписанной окружности треугольника, если известны его площадь и длины сторон: $S = 84, a = 7, b = 24, c = 25$.

Ответ: _____

15 Решите систему неравенств: $\begin{cases} x^2 - 25 \leq 0, \\ 3 - x \leq 0. \end{cases}$

На каком рисунке изображено множество её решений?



Ответ:

16 Сумма двух углов ромба равна 252° . Чему равна градусная мера угла между стороной этого ромба и большей из его диагоналей?

Ответ: _____

17 В окружности проведены две хорды. Расстояние от центра окружности до первой хорды равно 60, а до второй – 52. Найдите длину второй хорды, если длина первой хорды равна 50.

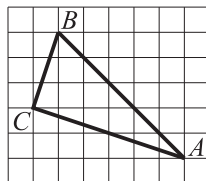
Ответ: _____

18 Основания трапеции равны 23 и 45, одна из боковых сторон равна 55, а тангенс угла между этой стороной и одним из оснований равен $0,75$.

Найдите площадь этой трапеции.

Ответ: _____

19 Найдите площадь треугольника ABC , изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____

20 Укажите номера верных суждений.

- 1) Через любую точку плоскости можно провести не более трёх прямых.
- 2) Треугольник со сторонами 4, 5, 6 существует.
- 3) Среди внешних углов треугольника острым может быть только один угол.
- 4) Если угол равен 80° , то вертикальный ему угол равен 100° .

Ответ: _____

Часть 2

21 Решите систему уравнений
$$\begin{cases} (2x - 7y)^2 = 6y, \\ (2x - 7y)^2 = 12x. \end{cases}$$

22 Через первую трубу бассейн наполняется на 6 часов дольше, чем через вторую, и на 8 часов дольше, чем через третью. Если одновременно открыть первую и вторую трубу, то бассейн наполнится за то же самое время, что при открытой только третьей трубе. За сколько часов бассейн наполняется через третью трубу?

23 Постройте график функции $y = \frac{4x^2 - 7x + 3}{x - 1}$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

24 Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите отношение отрезков $CF : DF$, если $AD = 45$, $BC = 12$, $EF = 21$.

25 Докажите, что если a , b , c — длины сторон треугольника, а m_c —

длина медианы этого треугольника, проведённой к стороне длины c , то справедливо следующее равенство: $m_c = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$.

26 Периметр треугольника ABC равен 12. Проведена окружность, касающаяся стороны AB и продолжений сторон AC и BC . К этой окружности проведена касательная, параллельная прямой AB и пересекающая продолжения сторон AC и BC в точках M и N . Найдите длину стороны AB , если известно, что $MN = 3$.

Тест №13

Часть 1

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

На плане изображена окраина города с прилегающей к ней территорией (сторона каждой клетки на плане равна 2 км). Рядом с окраиной города находится квадратная территория птицефабрики и пруд. Севернее пруда находится питомник хвойных растений, а на юго-востоке от пруда — коттеджный посёлок «Спутник». К западу от посёлка расположена территория яблоневого сада прямоугольной формы, а за садом — территория строящегося коттеджного посёлка «Лесной».

